

Вариант 1

1. Решение.

$$\frac{0,9}{1+\frac{1}{8}} = \frac{9}{10} : \frac{9}{8} = \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} = 0,8 \quad \text{Ответ: } 0,8.$$

2. Решение:

$$1) \sqrt{17} \approx 4,1; \quad 2) 0,4; \quad 3) \frac{193}{77} \approx 11,3; \quad 4) 6.$$

Ответ: 1.

3. Решение:

1) $\sqrt{10} - 5$ — иррациональное число;

2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ — иррациональное число;

3) $(\sqrt{10} - 5)^2 = (\sqrt{10})^2 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{10} + 25 = 10 - 10\sqrt{10} + 25$ — иррациональное число;

4) $(\sqrt{7})^2 = 7$ — рациональное число.

5. Решение:

А) график — парабола, ветви направлены вверх, значит данному графику соответствует формула 2.

Б) график — прямая, функция линейная $y = kx + b$, $k > 0$, т.к. угол между осью Ox и прямой — острый, значит, соответствует формула 3.

В) график — гипербола, расположенная во II и IV координатных углах, $k < 0$, соответствует формула 1.

4. Решение:

Ответ: 231.

$$2x + 2 = -3,$$

$$2x = -5,$$

$$x = -2,5. \quad \text{Ответ: } -2,5.$$

6. Решение:

$$a_1 = 8; \quad d = 2; \quad a_n = a_1 + d \cdot (n-1); \quad a_6 = a_1 + 5d = 8 + 5 \cdot 2 = 18.$$

Ответ: 18.

7. Решение:

$$7b + \frac{2a - 7b^2}{6} = \frac{7b^2 + 2a - 7b^2}{6} = \frac{2a}{6}.$$

$$\frac{2a}{6} = \frac{2 \cdot 9}{12} = \frac{18}{12} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

8. Решение.

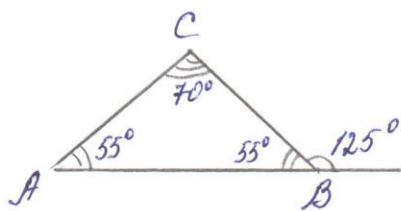
$$\begin{cases} 9 + 3x > 0, \\ 6 - 3x < -21; \end{cases} \begin{cases} 3x > -9, \\ -3x < -27; \end{cases} \begin{cases} x > -3, \\ x > 9. \end{cases}$$

(9; +∞).

Ответ: 3.



9.



Ответ: 70.

10.

Решение:

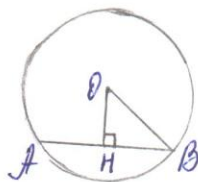
$$AB = 12; DH = 8; HB = 6, \text{ } d = ?$$

По теореме Пифагора

$$DB = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10.$$

$$d = 2r; d = 2 \cdot 10 = 20.$$

Ответ: 20.



11. Решение.

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h; S = \frac{(70+144)+12}{2} \cdot 24 = 126 \cdot 12 = 1512.$$

Ответ: 1512.

12. Решение:

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} = \frac{7}{2} = 3,5. \text{ Ответ: } 3,5.$$

13. Ответ: 23

14. Ответ: 2

15. Ответ: 9.

16. Решение:

$$180 \cdot 8 + 180 \cdot 24 \cdot 0,5 = 1440 + 2160 = 3600$$

Ответ: 3600.

17. l - средняя линия трапеции; $l = \frac{a+b}{2}$,

$$2,1 = \frac{1,7+b}{2}, \quad 1,7+b = 4,2; \quad b = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

18. Ответ: 34.

19. Решение:

$$1+12+3=16(\text{мг}) \text{ всего} \quad P(A) = \frac{12}{16} = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

$$20. T = 2\sqrt{L}; \quad 13 = 2\sqrt{L}; \quad 169 = 4L; \quad L = \frac{169}{4} = 42,25$$

Ответ: 42,25

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответы	0,8	1	4	-2,5	231	18	1,5	3	70	20

№ задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ответы	1512	3,5	23	2	9	3600	2,5	34	0,75	42,25

Задача 21.

Решение.

$$\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = \frac{(2^2 \cdot 3)^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = \frac{2^{2n} \cdot 3^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = 2^{2n-(2n-3)} \cdot 3^{n-(n-1)} =$$

$$= 2^3 \cdot 3 = 24.$$

Ответ: 24.

Задача 22.

Решение.

$$V_{\text{вверх по течению}} = V_{\text{лодки}} - V_{\text{течения}}$$

$$V_{\text{вниз по течению}} = V_{\text{лодки}} + V_{\text{течения}}$$

Пусть x км - расстояние до стоянки.

$\frac{x}{6}$ ч - время по течению; $\frac{x}{10}$ ч - время против течения. Время, затраченное на весь путь 2 ч. Составим уравнение.

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{10} = 2;$$

$$8x = 60;$$

$$x = 7,5.$$

7,5 км - расстояние от лагеря до стоянки.

Ответ: 7,5 км.

Задача 23.

Решение.

Область определения функции все числа кроме $x=4$.

Выполним преобразование.

$$\frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4} = \frac{(x-2)(x-4)(x-1)}{x-4} = (x-2)(x-1);$$

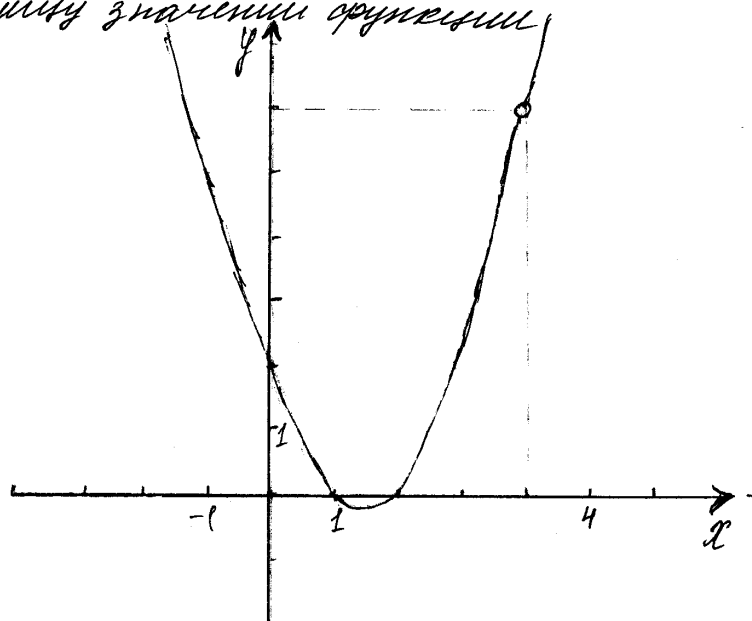
Рассмотрим функцию $y=(x-2)(x-1)$, область определения которой является множество всех чисел, кроме 4.

$y=(x-2)(x-1)$ — квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх ($a>0$).

Координаты вершины параболы $(1,5; -0,25)$.

Составим таблицу значений функции

x	3	5	6
y	2	12	20



Прямая $y=t$ имеет с графиком ровно одну точку общую при $t=-0,25$ и $t=6$.

Ответ: $-0,25; 6$.

задание 24.

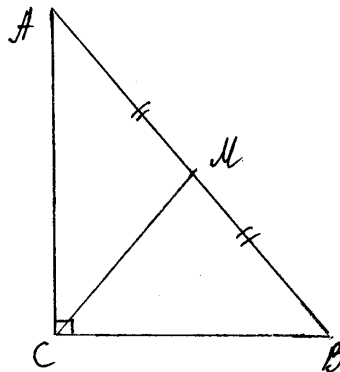
Дано:

$\triangle ABC, \angle C = 90^\circ$

$AC = 8; BC = 15;$

CM - медиана

Найти: CM



Решение.

1. По теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$,
 $AB = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17.$

2. По свойству медианы в прямоугольном треугольнике $CM = \frac{1}{2} AB$, $CM = 8,5.$

Ответ: 8,5.

задание 25.

Доказательство:

1. $\triangle BCE$ и $\triangle ADE$

$BC = AD$ - по свойству параллелограмма;

$CE = DE$ - по условию;

$AE = BE$ - по условию;

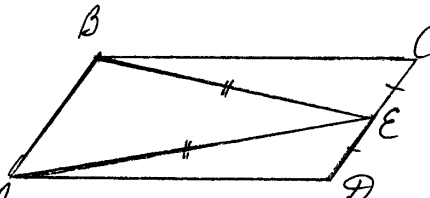
значит, $\triangle BCE = \triangle ADE$ - по трем сторонам.

2. Из $\triangle BCE = \triangle ADE$ следует, что $\angle C = \angle D.$

$\angle C + \angle D = 180^\circ$ - как внутренние односторонние углы при $BC \parallel AD$ и секущей DC .

Следовательно, $\angle C = \angle D = 90^\circ$.

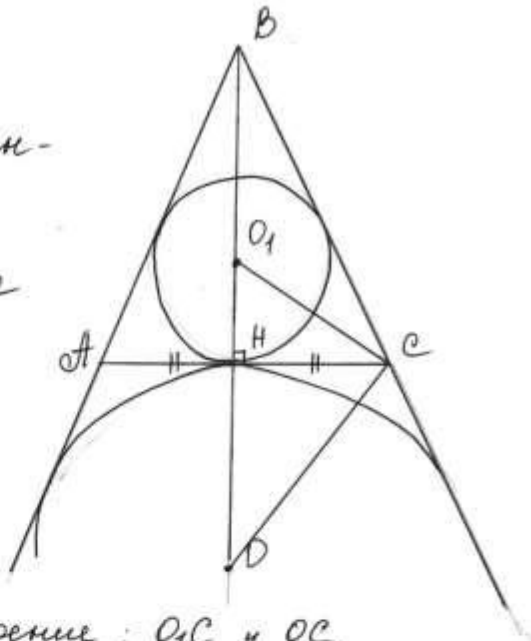
$\angle C = \angle A = \angle D = \angle B = 90^\circ$ - по свойству параллелограмма. $ABCD$ - прямоугольник по определению, что и требовалось доказать.



Задача 26.

Решение.

1. Пусть O_1 - центр вписанной в треугольник окружности, O - центр окружности, касающейся основания AC и продолжения сторон AB и BC .



2. Точки O и O_1 - равноудалены от сторон угла, значит лежат на биссектрисе $\angle B$.
3. Дополнительное построение: O_1C и OC .
4. BH - биссектриса, медиана и высота в равнобедренном $\triangle ABC$, (H - точка касания окружности с центром в точке O).
5. $\angle BSH$ и $\angle KSH$ - смежные, CO_1 и CO - биссектрисы смежных углов, по свойству касательных проведенных из одной точки к окружности.
6. $\triangle COO_1$, $\angle COO_1 = 90^\circ$, по свойству среднего геометрического

$$OH \cdot HO_1 = HC^2; \quad HC = \frac{1}{2} AC = 10:2 = 5.$$

$$O_1H = HC^2 : OH, \quad O_1H = 4\frac{1}{6}.$$

Ответ. $4\frac{1}{6}$

Вариант 2.

1. Решение. 1) $1 + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$; 2) $0,7 : \frac{7}{6} = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{10} = 0,6$.

Ответ: 0,6.

2. Решение.

3) $\frac{165}{15} \approx 10$; 4) $\sqrt{2} \approx 1,41$

Ответ: 4.

3. Решение.

1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}$ - иррациональное число.

2) $\sqrt{5} - 2$ - иррациональное число.

3) $(\sqrt{6})^2 = 6$ - рациональное число.

Ответ: 3.

4. Решение. $10x + 1 = -8$,

$10x = -9$,

$x = -0,9$. Ответ: -0,9.

5. А) График - прямая, значит, функция линейная $y = kx + b$, где $k > 0$, так как угол между осью Ox и прямой острый. Значит, соответствует функция 3.

Б) График - гипербола, расположена во II и IV координатных углах, значит, $k < 0$, соответствует функция 2.

В) График - парабола, ветви направлены вниз, значит, $a < 0$, соответствует функция 2, т.к. точка $(0; 0)$, принадлежащая графику, удовлетворяет данной функции. Ответ: 3 и 2.

6. Решение. $a_1 = -3$; $d = 3$; $a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_5 = -3 + 3(5-1) = -3 + 12 = 9$.

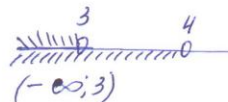
Ответ: 9.

7. Решение. $6b + \frac{4a - 6b^2}{6} = \frac{6b^2 + 4a - 6b^2}{6} = \frac{4a}{6}$;

$\frac{4a}{6} = \frac{7 \cdot 16}{56} = 2$. Ответ: 2.

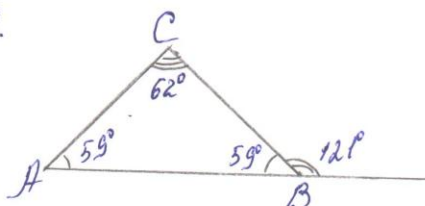
8. Решение.

$$\begin{cases} -9 + 3x < 0, \\ 2 - 3x > -10; \end{cases} \begin{cases} 3x < 9, \\ -3x > -12; \end{cases} \begin{cases} x < 3, \\ x < 4. \end{cases}$$



Ответ: 3.

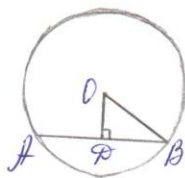
9.



Ответ: 62

10.

Решение.



$$AB = 24; OD = 16; d = ?$$

 $OB = r$; По теореме Пифагора

$$OB = \sqrt{DB^2 + OD^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20,$$

$$d = 2r = 2 \cdot 20 = 40.$$

Ответ: 40.

11. Решение.

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h; \quad S = \frac{(64+46)+32}{2} \cdot 48 = 71 \cdot 48 = 3408.$$

Ответ: 3408.

12. Решение.

$$\operatorname{tg} C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75

13. Ответ: 1.

14. Ответ: 1.

15. Ответ: 2.

16. Решение.

$$248 \cdot 2 + 248 \cdot 0,5 \cdot 3 = 496 + 372 = 868$$

Ответ: 868.

17. Решение.

 l - средняя линия трапеции,

$$l = \frac{a+b}{2}; \quad 2,2 = \frac{a+2,5}{2}; \quad 4,4 = a+2,5; \quad a = 1,9.$$

Ответ: 1,9.

18. Ответ: 341

19. Решение.

$$4 + 5 + 21 = 30(\text{мг}) \quad P(A) = \frac{21}{30} = 0,7.$$

Ответ: 0,7.

20. Решение.

$$\Gamma = 2\sqrt{e}; \quad 9 = 2\sqrt{e}; \quad 81 = 4e; \quad e = \frac{81}{4} = 20,25.$$

Ответ: 20,25

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответы	0,6	4	3	-0,9	312	9	2	3	62	40

№ задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ответы	3408	0,75	13	1	2	868	1,9	34	0,7	20,25

Задача 21.

Решение.

$$\frac{45^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = \frac{(3^2 \cdot 5)^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = \frac{3^{2n} \cdot 5^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = 3^{2n-(2n-1)} \cdot 5^{n-(n-2)} =$$

$$= 3 \cdot 5^2 = 75.$$

Ответ: 75.

Задача 22.

Решение.

Вверх по течению = $v_{лодки} - v_{течения}$;

Вниз по течению = $v_{лодки} + v_{течения}$.

Пусть x км - расстояние от лагеря до стоянки. $\frac{x}{2}$ - время по течению,

$\frac{x}{8}$ - время против течения. Время, затраченное на весь путь, 4ч.

составим уравнение: $\frac{x}{2} + \frac{x}{8} = 4$;

$$10x = 32;$$

$$x = 6,4.$$

6,4 км - расстояние от лагеря до стоянки.

Ответ: 6,4 км.

Задача 23.

Решение.

Область определения функции все числа, кроме 2.

Выполним преобразование.

$$\frac{(x-5)(x^2-6x+8)}{x-2} = \frac{(x-5)(x-4)(x-2)}{(x-2)} = (x-5)(x-4).$$

Рассмотрим функцию $y = (x-5)(x-4)$,

область определения которой является множество всех чисел, кроме 2.

$y = (x-5)(x-4)$ — квадратичная функция, график которой является параболой, ветви которой направлены вверх ($a > 0$).

Координаты вершины параболы $(4,5; -0,25)$.

Составим таблицу значений функции:

x	0	1	3	4
y	20	12	2	0

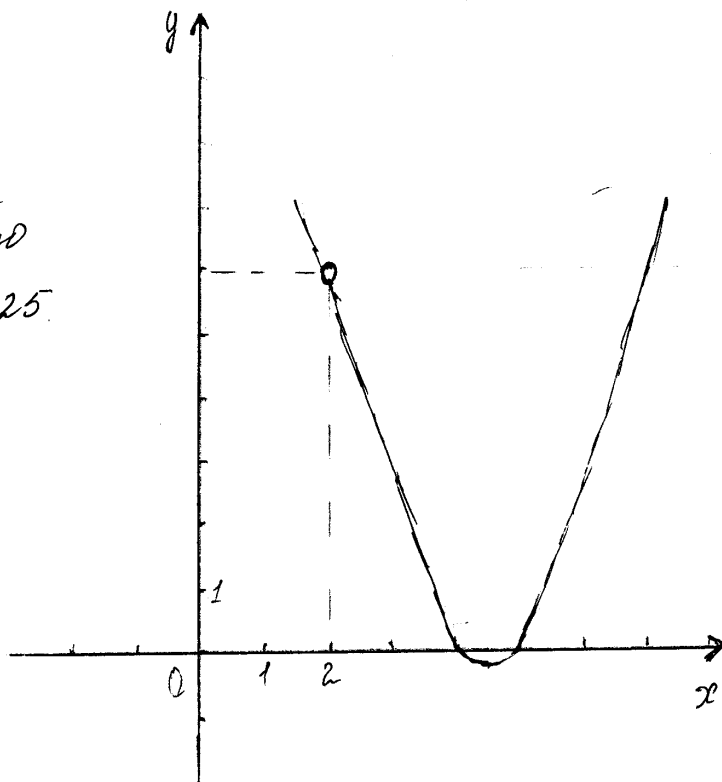
Прямая $y = m$

имеет с графиком

ровно одну общую

точку при $m = -0,25$

и $m = 6$.



Ответ: $-0,25; 6$.

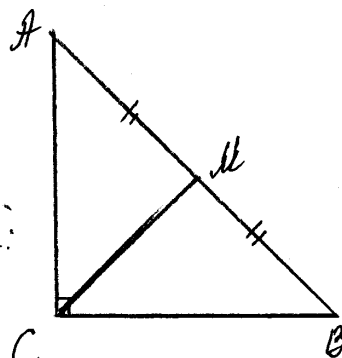
Задание 24.

Решение:

1. По теореме Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25. \quad C$$



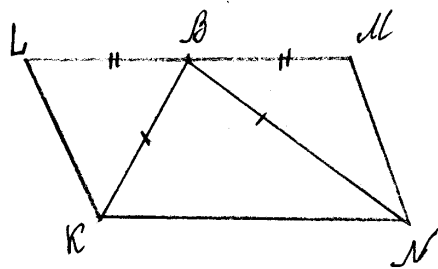
2. По свойству медианы в прямоугольном треугольнике $CM = \frac{1}{2}AB$; $CM = 12,5$.

Ответ: 12,5.

Задание 25.

Доказательство:

1. Рассмотрим $\triangle KLB$ и $\triangle MNB$,
 $LB = MB$ — по свойству параллелограмма;
 $KL = MN$ — по условию;
 $KB = NB$ — по условию.



значит, $\triangle KLB = \triangle MNB$ по трем сторонам.

2. Из $\triangle KLB = \triangle MNB$ следует, что $\angle L = \angle M$,
 $\angle L + \angle M = 180^\circ$ — как внутренние односторонние углы при $KL \parallel MN$ и секущей LM,
 следовательно, $\angle L = \angle M = 90^\circ$.

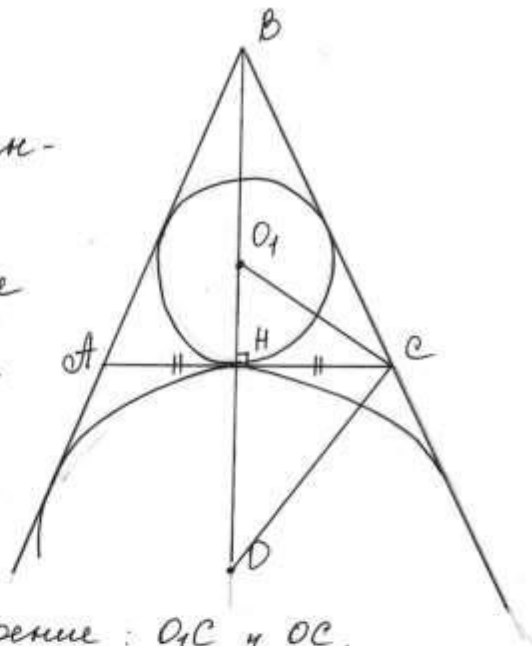
$\angle L = \angle N = \angle M = \angle K = 90^\circ$, по свойству параллелограмма,

$KLMN$ — прямоугольник по определению,
 что и требовалось доказать.

Задача 26.

Решение.

1. Пусть O_1 - центр вписанной в треугольник окружности, O - центр окружности, касающейся основания AC и продолжения сторон AB и BC .



2. Точки O и O_1 - равноудалены от сторон угла, значит лежат на биссектрисе $\angle B$.

3. Дополнительное построение: O_1C и OC .

4. BH - биссектриса, медиана и высота в равнобедренном $\triangle ABC$, (H - точка касания окружности с центром в точке O).

5. $\angle BSH$ и $\angle KSH$ - смежные, CO_1 и CO - биссектрисы смежных углов, по свойству касательных проведенных из одной точки к окружности.

6. $\triangle COO_1$, $\angle COO_1 = 90^\circ$, по свойству среднего геометрического

$$OH \cdot HO_1 = HC^2;$$

$$O_1H = HC^2 : OH, \quad O_1H = 2\frac{7}{9}$$

$$\text{Ответ. } 2\frac{7}{9}$$